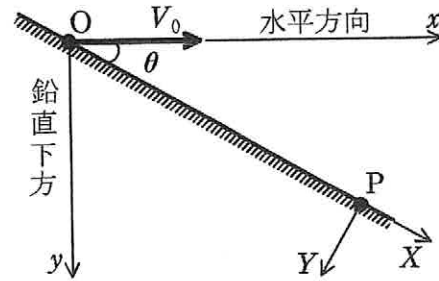


[1995 法政大]

以下の□に適切な式を記入せよ。

図に示すように斜面があり、点Oを原点として水平方向にx軸，鉛直下方にy軸をとる。斜面の最大傾斜線はxy面にあり，水平と角 $\theta (< 45^\circ)$ をなして下がっている。



質量 M の質点を初速度 V_0 で点Oからx方向に投げたところ，点Pで斜面に衝突してはねかえった。衝突の際の質点の速度変化は，斜面と垂直な成分については，はねかえりの係数は

1であり，斜面に平行な成分については，摩擦係数 $\tan \theta$ の動摩擦力を受けた。重力加速度の大きさを g とする。

質点が点Oから投げだされてから時間 t 後の位置(斜面と衝突する以前)は□アであるから，斜面と衝突するまでの時間は□イである。

次に質点の衝突直後の速度を求めよう。点Pを原点としてxy面にXY座標をとり，斜面の方向をX軸，垂直下方をY軸とする。速度のX成分はx，y成分それぞれのX方向の分速度の和であり，Y成分についても同様であるから，衝突直前の質点の速度のX，Y成分はそれぞれ□ウとなる。

衝突に際して，質点はごく短い時間，斜面上にあり，ある一定の大きさの力で斜面を押し，質点はその反作用を斜面から受けると考えられる。力の斜面に対する垂直，平行方向の分力を用い，衝突前後の質点のX，Y方向の運動量，力積の関係を使って，衝突直後の質点の速度のX成分は□エと計算される。したがって，衝突直後の質点の速度のx，y成分は□オと得られる。

解答 (ア) $x = V_0 t, y = \frac{1}{2} g t^2$ (イ) $\frac{2V_0 \tan \theta}{g}$

(ウ) X成分: $V_0 \frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta}$, Y成分: $V_0 \sin \theta$ (エ) $V_0 \cos \theta$

(オ) x成分: V_0 , y成分: 0

解説

(ア) x方向は等速運動 $x = V_0 t$

y方向は自由落下 $y = \frac{1}{2} g t^2$

(イ) 点Pは $y = x \tan \theta$ をみたすから(ア)の式を代入して $t = \frac{2V_0 \tan \theta}{g}$

$$(ウ) \text{ 衝突直前の速度} \begin{cases} x \text{成分} : V_0 \begin{cases} X \text{成分} : V_0 \cos \theta \\ Y \text{成分} : -V_0 \sin \theta \end{cases} \\ y \text{成分} : gt = 2V_0 \tan \theta \begin{cases} X \text{成分} : 2V_0 \tan \theta \times \sin \theta = 2V_0 \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \\ Y \text{成分} : 2V_0 \tan \theta \times \cos \theta = 2V_0 \sin \theta \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{したがって,} \begin{cases} X \text{成分の和} : V_0 \cos \theta + 2V_0 \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = V_0 \frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta} \\ Y \text{成分の和} : -V_0 \sin \theta + 2V_0 \sin \theta = V_0 \sin \theta \end{cases}$$

(エ) 斜面との接触時間を Δt , その間に斜面から受ける垂直抗力の平均を N とすると、運動量の変化は力積に等しいから、衝突直後の速度の X, Y 成分を V_x, V_y として

$$X \text{ 方向} \quad \mu N \Delta t = MV_0 \frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta} - MV_x \quad (\text{ただし, } \mu = \tan \theta \text{ は動摩擦係数})$$

$$Y \text{ 方向} \quad N \Delta t = MV_0 \sin \theta - MV_y = 2MV_0 \sin \theta \quad (\text{ただし } V_y = -V_0 \sin \theta)$$

$$\text{この2式から } N \Delta t \text{ を消去して } V_x = V_0 \cos \theta$$

$$(オ) \text{ 衝突後の速度} \begin{cases} x \text{成分} : |V_x| \cos \theta + |V_y| \sin \theta = V_0 \cos^2 \theta + V_0 \sin^2 \theta = V_0 \\ y \text{成分} : |V_x| \sin \theta - |V_y| \cos \theta = 0 \end{cases}$$

